Subject: محاضرة 5 م / ١ / ((المحاضرة الخامسة)) / ١

نتيجة إذا كانت الدالة $f(x)$ مستمرة ومحدودة التغير على المجال المغلق $[a,b]$ فيمكن كتابتها بالشكل $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$
مستمرتان وغير متناقصتين على $[a,b]$ ؛ $f_1(x), f_2(x)$

$$f_1(x) = \frac{1}{2}[V_f(x) + f(x)]$$

$$f_2(x) = \frac{1}{2}[V_f(x) - f(x)]$$

تعريف لتكن $f(x)$ دالة معرفة على المجال $[a,b]$ وتعاني من انقطاعات في عدد منته من النقاط c_k حيث $a \leq c_1 < c_2 < \dots < c_m \leq b$ وإذا كانت الدالة f دالة ثابتة في كل مجال مفتوح $]c_{k-1}, c_k[$ ؛ $k = 1, 2, \dots$ فإننا نسمي f دالة سلمية ونسمي المقدار

$$f_k = f(c_k + 0) - f(c_k - 0)$$

قفزة الدالة الدرجية عند $x = c_k$.

مثال : لنأخذ الدالة $f(x) = E(x) = [x]$ هذه الدالة تعاني من انقطاع في كل عدد صحيح

$[x] = n - 1$; $n - 1 \leq x < n$

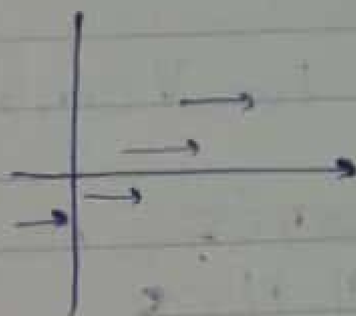
$[n] = n$; $x = n$ عدد صحيح

إن هذه الدالة تمثل دالة درجية أو سلمية ومستمرة من اليمين وذات قفزة تساوي 1 عند كل عدد صحيح وذلك لأن

$[x+0] = x$

$[x-0] = x-1$

$[x+0] - [x-0] = x - (x-1) = 1$



مبرهنة $f(x)$ دالة متزايدة على المجال المغلق عندئذ

① مجموعة نقاط الانقطاع لا تكون على الأكثر قابلة للعد ويمكن أن تكون منتهية

② إذا كانت النقاط $x_1, x_2, \dots, x_n$ فإنه تتحقق العلاقة التالية

$$[f(a+0) - f(a)] + \sum [f(x_k + 0) - f(x_k - 0)] + [f(b) - f(b - 0)]$$

$$\leq f(b) - f(a)$$

Scanned by CamScanner

Subject:

* تعريف دالة القفز: لتكن $f(x)$ دالة قياسية على المجال $[a,b]$ ولنضع $f(a)=0$

$$J_f(x) = [f(a+0) - f(a)] + \sum_{x_k < x} [f(x_k+0) - f(x_k-0)] + [f(x) - f(x-0)]$$

حيث $x \in]a,b]$

شروط دالة القفز وخواصها ① قياسية على المجال المغلق $[a,b]$

② ذات قفزات معدودة على المجال $[a,b]$.

ملاحظة: إذا كانت $f(x)$ دالة قياسية $\in$ الدالة $\varphi(x)$ لازم تكون قياسية ومستمرة على المجال

$$\varphi(x) = f(x) - J_f(x)$$